

# Étude sémantique d'un langage intermédiaire de type Static Single Assignment

Boris Yakobowski

INRIA Rocquencourt  
DEA Programmation

13 Septembre 2004

# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte du travail
  - Problèmes dans l'implémentation actuelle
  - Contributions
- 2 Passage SSA  $\leftrightarrow$  RTL
  - Propriétés des fonctions en forme SSA
  - Passage en forme SSA
  - Syntaxe du langage et sémantique
  - Sortie de la forme SSA
- 3 Optimisations sur la forme SSA
  - Optimisations effectuées
  - Propriétés utilisées par les simplifications

# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte du travail
  - Problèmes dans l'implémentation actuelle
  - Contributions
- 2 Passage SSA  $\leftrightarrow$  RTL
  - Propriétés des fonctions en forme SSA
  - Passage en forme SSA
  - Syntaxe du langage et sémantique
  - Sortie de la forme SSA
- 3 Optimisations sur la forme SSA
  - Optimisations effectuées
  - Propriétés utilisées par les simplifications

# Projet(s) d'accueil

## Projet Cristal

Travaille à la conception, à l'implémentation et à l'établissement des fondements théoriques des langages de programmation fortement typés.

## ARC Concert

Cherche à déterminer s'il est faisable de réaliser un *compilateur optimisant* qui soit *certifié* (avec une preuve Coq d'équivalence sémantique entre le code source et le code machine engendré).

# Projet(s) d'accueil

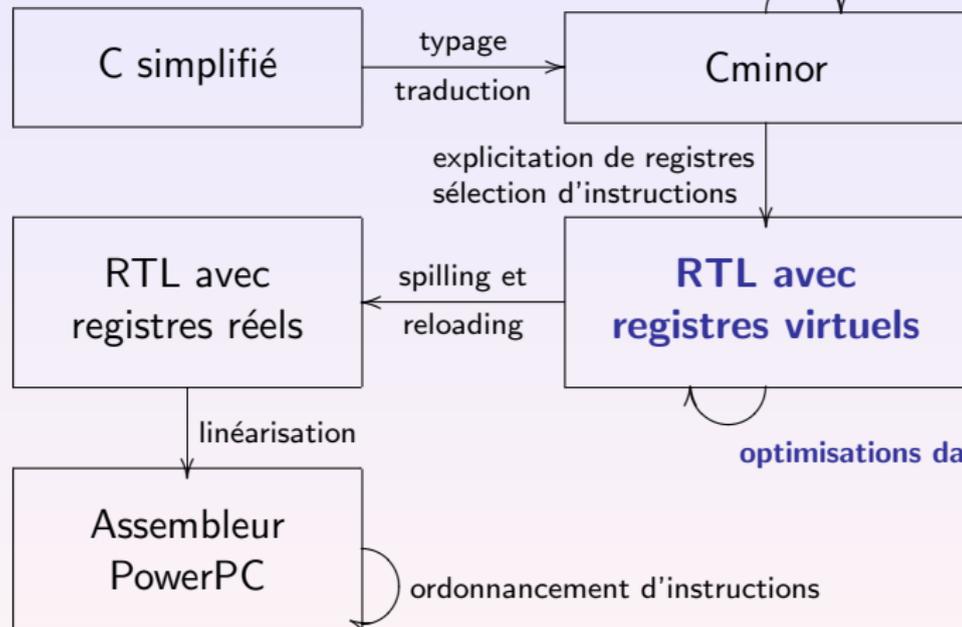
## Projet Cristal

Travaille à la conception, à l'implémentation et à l'établissement des fondements théoriques des langages de programmation fortement typés.

## ARC Concert

Cherche à déterminer s'il est faisable de réaliser un *compilateur optimisant* qui soit *certifié* (avec une preuve Coq d'équivalence sémantique entre le code source et le code machine engendré).

optimisations de boucles



# Problèmes dans l'implémentation actuelle

## Performances insuffisantes

Les optimisations actuellement effectuées sont à base de *data-flow*, et sont peu efficaces algorithmiquement.

## Forme SSA

En forme SSA, toutes les optimisations actuellement effectuées dans Concert peuvent être faites en un temps linéaire.

# Problèmes dans l'implémentation actuelle

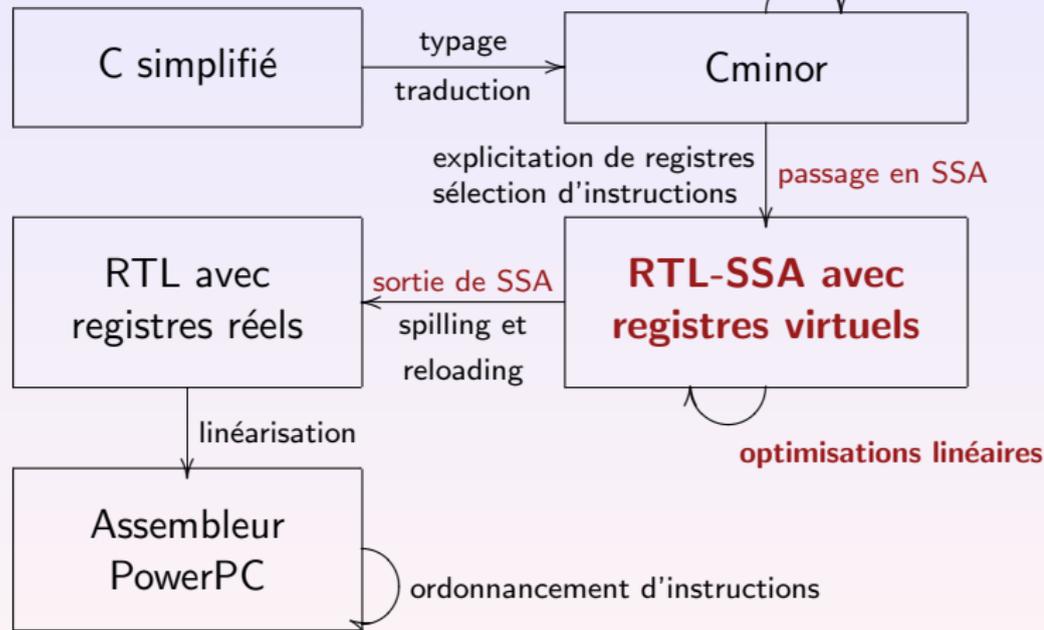
## Performances insuffisantes

Les optimisations actuellement effectuées sont à base de *data-flow*, et sont peu efficaces algorithmiquement.

## Forme SSA

En forme SSA, toutes les optimisations actuellement effectuées dans Concert peuvent être faites en un temps linéaire.

optimisations de boucles



# La forme SSA est mal comprise

- Pas de sémantique formelle
- Les propriétés devant être vérifiées par une fonction en forme SSA sont rarement énoncées
- Conventions difficiles à vérifier (toutes les variables doivent être initialisées au début du programme)
- Classe des optimisations licites non explicitée

# Apports de ce stage

- 1 Algorithmes de passage et de sortie de la forme SSA prouvés
- 2 Large classe de fonctions transformables
- 3 Formulation explicite des propriétés qu'une fonction en forme SSA doit vérifier
- 4 Preuve de la plupart des optimisations utilisées dans Concert

# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte du travail
  - Problèmes dans l'implémentation actuelle
  - Contributions
- 2 Passage SSA  $\leftrightarrow$  RTL
  - Propriétés des fonctions en forme SSA
  - Passage en forme SSA
  - Syntaxe du langage et sémantique
  - Sortie de la forme SSA
- 3 Optimisations sur la forme SSA
  - Optimisations effectuées
  - Propriétés utilisées par les simplifications

# Propriétés d'une fonction en forme SSA

En forme SSA, les propriétés suivantes doivent être vérifiées :

## Definition (Unicité de la définition)

Chaque registre ne peut apparaître que dans un seul membre gauche d'une affectation (variables assignées statiquement une unique fois).

## Definition (Domination)

Tout registre lu dans une instruction doit être dominé par sa définition.

# Propriétés d'une fonction en forme SSA

En forme SSA, les propriétés suivantes doivent être vérifiées :

## Definition (Unicité de la définition)

Chaque registre ne peut apparaître que dans un seul membre gauche d'une affectation (variables assignées statiquement une unique fois).

## Definition (Domination)

Tout registre lu dans une instruction doit être dominé par sa définition.

# Renommage des variables

## Exemple

Facile pour les blocs linéaires, il suffit de renommer toutes les variables :

$x = 2;$	$x_1 = 2;$
$y = 3;$	$y_1 = 3;$
$z = x + y;$	$z_1 = x_1 + y_1;$
$x = 4;$	$x_2 = 4;$
$z = z + x;$	$z_2 = z_1 + x_2$
$\text{return}(z);$	$\text{return}(z_2);$

# Renommage des variables

## Exemple

Facile pour les blocs linéaires, il suffit de renommer toutes les variables :

$x = 2;$	$x_1 = 2;$
$y = 3;$	$y_1 = 3;$
$z = x + y;$	$z_1 = x_1 + y_1;$
$x = 4;$	$x_2 = 4;$
$z = z + x;$	$z_2 = z_1 + x_2$
$\text{return}(z);$	$\text{return}(z_2);$

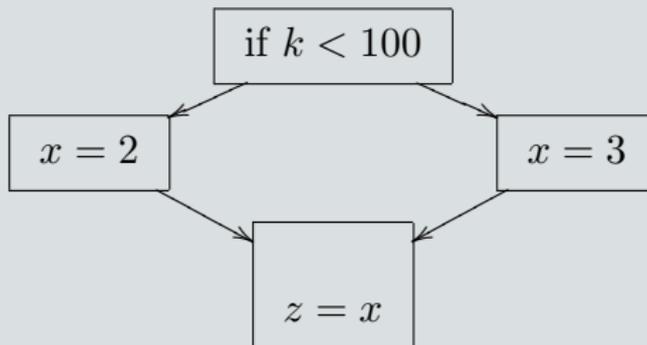
# SSA et flot de contrôle

## Fonctions $\phi$

Un problème se pose lorsque plusieurs chemins d'exécutions se rejoignent en un même bloc (par exemple après un *if*).

On insère alors des instructions virtuelles  $\phi$ , qui indiquent de quel endroit on arrive.

## Exemple



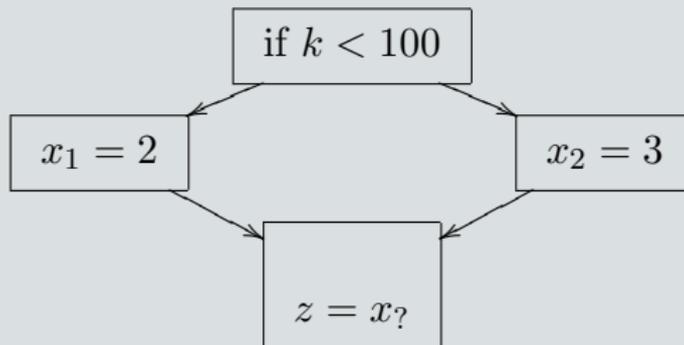
# SSA et flot de contrôle

## Fonctions $\phi$

Un problème se pose lorsque plusieurs chemins d'exécutions se rejoignent en un même bloc (par exemple après un *if*).

On insère alors des instructions virtuelles  $\phi$ , qui indiquent de quel endroit on arrive.

## Exemple



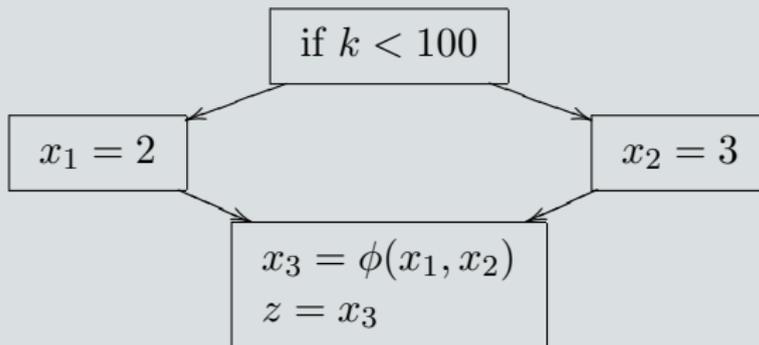
# SSA et flot de contrôle

## Fonctions $\phi$

Un problème se pose lorsque plusieurs chemins d'exécutions se rejoignent en un même bloc (par exemple après un *if*).

On insère alors des instructions virtuelles  $\phi$ , qui indiquent de quel endroit on arrive.

## Exemple



# Où insérer des $\phi$ ?

Question : Combien de  $\phi$  faut-il insérer (et où ?)

Réponse traditionnelle : en chaque point du flot de contrôle où deux assignation différentes se rencontrent (pour la 1ère fois) (sur la frontière de domination) :

Forme SSA *minimale*

## Problèmes

- Obtenir la frontière de domination n'est pas trivial : problème de data-flow (également problème de complexité)
- Prouver que le nombre de  $\phi$  est suffisant pour être en forme SSA est non évident.

Difficultés liées à la fois au calcul des fonctions et à leur preuve.

# Où insérer des $\phi$ ?

Question : Combien de  $\phi$  faut-il insérer (et où ?)

Réponse traditionnelle : en chaque point du flot de contrôle où deux assignation différentes se rencontrent (pour la 1ère fois) (sur la frontière de domination) :

Forme SSA *minimale*

## Problèmes

- Obtenir la frontière de domination n'est pas trivial : problème de data-flow (également problème de complexité)
- Prouver que le nombre de  $\phi$  est suffisant pour être en forme SSA est non évident.

Difficultés liées à la fois au calcul des fonctions et à leur preuve.

# Où insérer des $\phi$ ?

Question : Combien de  $\phi$  faut-il insérer (et où ?)

Réponse traditionnelle : en chaque point du flot de contrôle où deux assignation différentes se rencontrent (pour la 1ère fois) (sur la frontière de domination) :

Forme SSA *minimale*

## Problèmes

- Obtenir la frontière de domination n'est pas trivial : problème de data-flow (également problème de complexité)
- Prouver que le nombre de  $\phi$  est suffisant pour être en forme SSA est non évident.

Difficultés liées à la fois au calcul des fonctions et à leur preuve.

## Autre approche

### Algorithme (très) simple

On insère une instruction  $\phi$  pour chaque variable déjà définie au début d'un bloc : forme SSA "*semi-maximale*".

Ensuite on supprime les instructions inutiles.

## Autre approche

### Algorithme (très) simple

On insère une instruction  $\phi$  pour chaque variable déjà définie au début d'un bloc : forme SSA "*semi-maximale*".

Ensuite on supprime les instructions inutiles.

### Résultat théorique

Si le graphe de flot de contrôle est réductible (ce qui est notre cas), une fois la phase de suppression effectuée on est en forme SSA minimale.

## Autre approche

### Algorithme (très) simple

On insère une instruction  $\phi$  pour chaque variable déjà définie au début d'un bloc : forme SSA "*semi-maximale*".

Ensuite on supprime les instructions inutiles.

### Résultat pratique

Pas beaucoup plus lent que les algorithmes mettant en jeu la frontière de domination. Et des améliorations sont possibles.

## Autre approche

### Algorithme (très) simple

On insère une instruction  $\phi$  pour chaque variable déjà définie au début d'un bloc : forme SSA "*semi-maximale*".

Ensuite on supprime les instructions inutiles.

### Inconvénient

La frontière de domination n'est pas calculée, et ne peut pas servir pour les optimisations.

# Syntaxe du langage

## IMP avec blocs

Variation sur le langage IMP, avec deux types d'états (registres et mémoires), des blocs, et les fonctions  $\phi$ .

## Exemples d'éléments syntaxiques

Calculs entre registres :  $r \leftarrow 2 \star r$

Appels de fonctions :  $r \leftarrow F(3, r_1, r_2)$

Accès mémoire :  $[r] \leftarrow 5, r \leftarrow [r']$

Saut conditionnel :  $\rightsquigarrow r^? : l_T, l_F$

Renvoi de résultat :  $\rightarrow | r$

## Sémantique opérationnelle

$$\frac{\mathcal{R}(\mu_1) = v_1 \quad \mathcal{R}(\mu_2) = v_2 \quad v_1 \star v_2 = v}{\langle \mathcal{R}, \mathcal{M}, l_-, r \leftarrow \mu_1 \star \mu_2 \rangle \rightarrow \langle \mathcal{R}[r := v], \mathcal{M} \rangle} \text{SOP}$$

$$\frac{\forall n, \mathcal{R}(\mu_n) = v_n \quad \langle \mathcal{M}, (v_1, \dots, v_n), F \rangle \mapsto \langle \mathcal{M}', v \rangle}{\langle \mathcal{R}, \mathcal{M}, l_-, r \leftarrow F(\mu_1, \dots, \mu_n) \rangle \rightarrow \langle \mathcal{R}[r := v], \mathcal{M}' \rangle} \text{SCALL}$$

$$\frac{\mathcal{R}(\mu) = v \neq 0}{\langle \mathcal{R}, \rightsquigarrow \mu^? : l_T, l_F \rangle \rightsquigarrow l_T} \text{SCONDJUMPT}$$

# Instructions $\phi$

$$i_\phi = \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix} \leftarrow \phi \begin{pmatrix} l_1 & \dots & l_m \\ \mu_{1,1} & \dots & \mu_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{n,1} & \dots & \mu_{n,m} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\forall p, \mathcal{R}(\mu_{p,q}) = v_p}{\langle \mathcal{R}, \mathcal{M}, l_q, i_\phi \rangle \rightarrow \langle \mathcal{R}[r_1 := v_1, \dots, r_n := v_n], \mathcal{M} \rangle} \text{SPHI}$$

## Remarque

Le parallélisme des instructions  $\phi$  est rendu explicite.

# Instructions $\phi$

$$i_\phi = \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix} \leftarrow \phi \begin{pmatrix} l_1 & \dots & l_m \\ \mu_{1,1} & \dots & \mu_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{n,1} & \dots & \mu_{n,m} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\forall p, \mathcal{R}(\mu_{p,q}) = v_p}{\langle \mathcal{R}, \mathcal{M}, l_q, i_\phi \rangle \rightarrow \langle \mathcal{R}[r_1 := v_1, \dots, r_n := v_n], \mathcal{M} \rangle} \text{SPHI}$$

## Remarque

Le parallélisme des instructions  $\phi$  est rendu explicite.

## Sortie de la forme SSA

Il faut remplacer les fonctions  $\phi$  par une suite d'instructions équivalentes.

### Multi-copie

On suppose disposer d'une fonction  $\text{MULTICOPIE}(r_1, \dots, r_n, v_1, \dots, v_n)$  qui effectue la copie *en parallèle* de  $v_1$  dans  $r_1$ , ...,  $v_n$  dans  $r_n$ .

### Insertion des copies

On ajoute un nouveau bloc sur chaque arête arrivant sur une fonction  $\phi$ , et on insère dans ce bloc une instruction de multi-copie.

## Sortie de la forme SSA

Il faut remplacer les fonctions  $\phi$  par une suite d'instructions équivalentes.

### Multi-copie

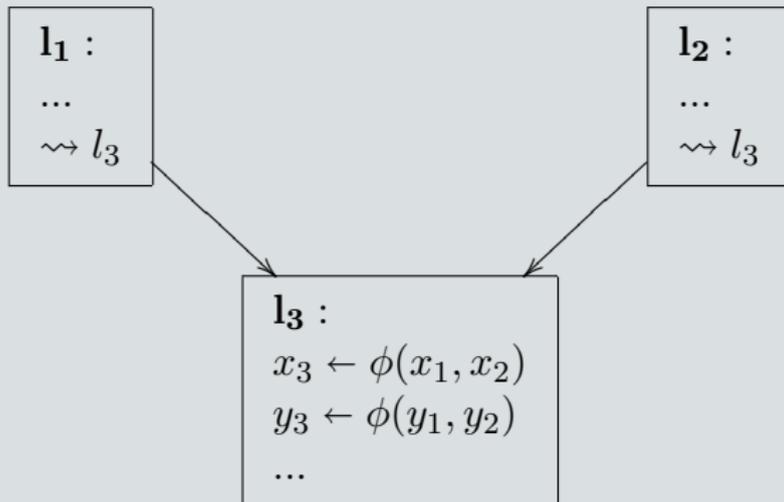
On suppose disposer d'une fonction  $\text{MULTICOPIE}(r_1, \dots, r_n, v_1, \dots, v_n)$  qui effectue la copie *en parallèle* de  $v_1$  dans  $r_1$ ,  $\dots$ ,  $v_n$  dans  $r_n$ .

### Insertion des copies

On ajoute un nouveau bloc sur chaque arête arrivant sur une fonction  $\phi$ , et on insère dans ce bloc une instruction de multi-copie.

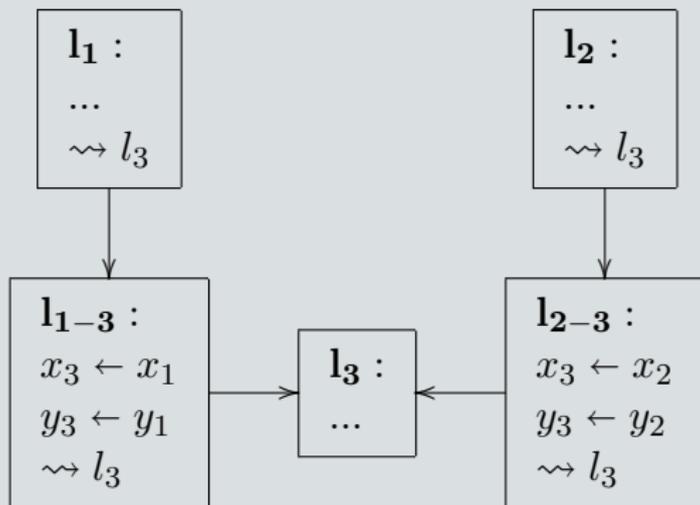
# Exemple de sortie de la forme SSA

## Exemple



## Exemple de sortie de la forme SSA

### Exemple



# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte du travail
  - Problèmes dans l'implémentation actuelle
  - Contributions
- 2 Passage SSA  $\leftrightarrow$  RTL
  - Propriétés des fonctions en forme SSA
  - Passage en forme SSA
  - Syntaxe du langage et sémantique
  - Sortie de la forme SSA
- 3 **Optimisations sur la forme SSA**
  - Optimisations effectuées
  - Propriétés utilisées par les simplifications

# Optimisations envisageables

Les optimisations actuellement présentes dans Concert sont toutes faites par des analyses de Work-Flow différentes.

## Optimisations en forme SSA

- Propagation de constantes.  
En forme SSA, effectuée avec une liste de tâches.
- Élimination des sous-expressions communes.
- Live range splitting.
- Suppression de code mort.
- Propagation de copies (non effectuée par le compilateur actuel).

# Optimisations envisageables

Les optimisations actuellement présentes dans Concert sont toutes faites par des analyses de Work-Flow différentes.

## Optimisations en forme SSA

- Propagation de constantes.
- Élimination des sous-expressions communes.  
Nécessite actuellement une structure de données complexe, pour maintenir des classes d'équivalence.  
En SSA, peut être fait en une passe sur chaque bloc de base ; également plus performant "en général".
- Live range splitting.
- Suppression de code mort.
- Propagation de copies (non effectuée par le compilateur actuel).

# Optimisations envisageables

Les optimisations actuellement présentes dans Concert sont toutes faites par des analyses de Work-Flow différentes.

## Optimisations en forme SSA

- Propagation de constantes.
- Élimination des sous-expressions communes.
- Live range splitting.  
Par construction de SSA
- Suppression de code mort.
- Propagation de copies (non effectuée par le compilateur actuel).

# Optimisations envisageables

Les optimisations actuellement présentes dans Concert sont toutes faites par des analyses de Work-Flow différentes.

## Optimisations en forme SSA

- Propagation de constantes.
- Élimination des sous-expressions communes.
- Live range splitting.
- **Suppression de code mort.**  
En parallèle de la propagation de constantes
- Propagation de copies (non effectuée par le compilateur actuel).

# Optimisations envisageables

Les optimisations actuellement présentes dans Concert sont toutes faites par des analyses de Work-Flow différentes.

## Optimisations en forme SSA

- Propagation de constantes.
- Élimination des sous-expressions communes.
- Live range splitting.
- Suppression de code mort.
- Propagation de copies (non effectuée par le compilateur actuel).

En parallèle de la propagation de constantes

# Optimisations envisageables

Les optimisations actuellement présentes dans Concert sont toutes faites par des analyses de Work-Flow différentes.

## Optimisations en forme SSA

- Propagation de constantes.
- Élimination des sous-expressions communes.
- Live range splitting.
- Suppression de code mort.
- Propagation de copies (non effectuée par le compilateur actuel).

# Algorithme par liste de tâches

## Algorithme générique

WORKLIST( $F$ )

```
1  $F' \leftarrow F$ 
2  $W \leftarrow \tau(F)$ 
3 while  $W \neq \emptyset$ 
4 do  $\{\tau\} \cup W' \leftarrow W$ 
5   if  $P(F', \tau)$ 
6     then  $F' \leftarrow T(F, \tau)$ 
7          $W \leftarrow W' \cup C(F, \tau)$ 
8   else  $W \leftarrow W'$ 
9 return  $F'$ 
```

# Suppression de $\phi$

## Instructions $\phi$ inutiles

Certaines instructions  $\phi$  sont inutiles, et on peut les supprimer pour arriver en forme SSA minimale.

On considère une instruction  $\phi$  contenant une ligne de la forme  $x \leftarrow \phi(v_1, \dots, v_n)$  avec  $\{v_1, \dots, v_n\} = \{x, y\}$ .

On peut la remplacer par la même instruction  $\phi$ , sans la ligne mettant en jeu  $x$ , suivie d'une affectation  $x \leftarrow y$ .

Résultat fondamental, qui a été prouvé.

# Suppression de $\phi$

## Instructions $\phi$ inutiles

Certaines instructions  $\phi$  sont inutiles, et on peut les supprimer pour arriver en forme SSA minimale.

On considère une instruction  $\phi$  contenant une ligne de la forme  $x \leftarrow \phi(v_1, \dots, v_n)$  avec  $\{v_1, \dots, v_n\} = \{x, y\}$ .

On peut la remplacer par la même instruction  $\phi$ , sans la ligne mettant en jeu  $x$ , suivie d'une affectation  $x \leftarrow y$ .

Les affectations  $x \leftarrow x$  sont redondantes. Dans toutes les autres branches, on a  $x \leftarrow y$ , et donc  $x$  est un alias pour  $y$ .

Résultat fondamental, qui a été prouvé.

# Suppression de $\phi$

## Instructions $\phi$ inutiles

Certaines instructions  $\phi$  sont inutiles, et on peut les supprimer pour arriver en forme SSA minimale.

On considère une instruction  $\phi$  contenant une ligne de la forme  $x \leftarrow \phi(v_1, \dots, v_n)$  avec  $\{v_1, \dots, v_n\} = \{x, y\}$ .

On peut la remplacer par la même instruction  $\phi$ , sans la ligne mettant en jeu  $x$ , suivie d'une affectation  $x \leftarrow y$ .

Résultat fondamental, qui a été prouvé.

# Utilisation des propriétés de la forme SSA

## Unicité de l'assignation

Chaque variable n'est assignée qu'une seule fois. La propagation de constantes ou de copies deviennent presque triviales.

## Lemme de substitution

En cas d'affectation  $x = v$ , on peut remplacer  $x$  par  $v$  dans tout la fonction.

## Élimination d'assignation morte

S'il existe une assignation  $x = v$  ou  $x = v_1 \star v_2$ , et que  $x$  n'est pas utilisé, on peut supprimer l'assignation.

## Utilisation des propriétés de la forme SSA

### Unicité de l'assignation

Chaque variable n'est assignée qu'une seule fois. La propagation de constantes ou de copies deviennent presque triviales.

### Lemme de substitution

En cas d'affectation  $x = v$ , on peut remplacer  $x$  par  $v$  dans tout la fonction.

### Élimination d'assignation morte

S'il existe une assignation  $x = v$  ou  $x = v_1 \star v_2$ , et que  $x$  n'est pas utilisé, on peut supprimer l'assignation.

# Conclusion

## Conclusion

Objectifs du stage atteints : on dispose d'une sémantique formelle de SSA, d'optimisations prouvées, et d'algorithmes permettant de passer d'une forme à l'autre.

Passage vers la preuve formelle restant à faire, même si les preuves "papier" ont été faites dans cette optique.

## Questions

?

# Conclusion

## Conclusion

Objectifs du stage atteints : on dispose d'une sémantique formelle de SSA, d'optimisations prouvées, et d'algorithmes permettant de passer d'une forme à l'autre.

Passage vers la preuve formelle restant à faire, même si les preuves "papier" ont été faites dans cette optique.

## Questions

?